



Guía de Aprendizaje n° 6 de Logaritmo

Nombre Curso 2 Medio B Fecha

OA 2 Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces y logaritmos

Logaritmos

Si a y b son dos números reales positivos, con $a \neq 1$, se dice que el logaritmo de b en base a es aquel número c tal que a elevado a c es igual a b

$$\log_a^b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

a = base , b = argumento

ejemplo : $\log_2 8 = 3$, porque $2^3 = 8$, $\log_3 81 = 4$ porque $3^4 = 81$, $\log_4 \frac{1}{16} = -2$

Expresión Exponencial y Expresión Logarítmica

EXPRESIÓN EXPONENCIAL	EXPRESIÓN LOGARITMICA
$4^2 = 16$	$\log_4 16 = 2$
$3^{-2} = \frac{1}{9}$	$\log_3 \frac{1}{9} = -2$
$6^{-2} = \frac{1}{36}$	$\log_6 \frac{1}{36} = -2$
$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$	$\log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{27} = 3$
$4^{\frac{3}{2}} = 8$	$\log_4 8 = \frac{3}{2}$

EXPRESIÓN LOGARITMICA	EXPRESIÓN EXPONENCIAL
$\log_{27} 9 = \frac{2}{3}$	$27^{\frac{2}{3}} = 9$
$\log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$	$5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$
$\log_8 1 = 0$	$8^0 = 1$
$\log_{\frac{1}{4}} 16 = -2$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 16$
$\log_6 216 = x$	$6^x = 216$

CÁLCULO DE LOGARITMOS POR DEFINICIÓN

Ejemplo 1:
 $\log_3 81 = x$

$$\begin{aligned} 3^x &= 81 \\ 3^x &= 3^4 \\ x &= 4 \\ \log_3 81 &= 4 \end{aligned}$$

Ejemplo 2:
 $\log_9 243 = x$

$$\begin{aligned} 9^x &= 243 \\ (3^2)^x &= 3^5 \\ 3^{2x} &= 3^5 \\ 2x &= 5 \\ x &= \frac{5}{2} \\ \log_9 243 &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Ejemplo 3:

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = x$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$x = 2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2$$

Ejemplo 4:

$$\log_a \sqrt[5]{a^2} = x$$

$$a^x = \sqrt[5]{a^2}$$

$$a^x = a^{\frac{2}{5}}$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$\log_a \sqrt[5]{a^2} = \frac{2}{5}$$

Ejemplo 5:

$$\log_2 x = 6$$

$$2^6 = x$$

$$64 = x$$

$$\log_2 64 = 6$$

Ejemplo 6:

$$\log_{\frac{3}{4}} x = -2$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = x$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 = x$$

$$\frac{16}{9} = x$$

$$\log_{\frac{3}{4}} \frac{16}{9} = -2$$

Ejemplo 7:

$$\log_{0,3} x = 3$$

$$0,3^3 = x$$

$$0,027 = x$$

$$\log_{0,3} 0,027 = 3$$

Ejemplo 8:

$$\log_{\sqrt{2}} x = 2$$

$$(\sqrt{2})^2 = x$$

$$2 = x$$

$$\log_{\sqrt{2}} 2 = 2$$

Ejemplo 9:

$$\log_x 4 = 2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = 2$$

$$\log_2 4 = 2$$

Ejemplo 10:

$$\log_x \frac{243}{32} = -5$$

$$x^{-5} = \frac{243}{32}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\log_{\frac{2}{3}} \frac{243}{32} = -5$$

Ejemplo 11:

$$\log_x 0,25 = -2$$

$$x^{-2} = 0,25$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^2 = (0,5)^2$$

$$\frac{1}{x} = \frac{5}{10}$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

$$\log_2 0,25 = -2$$

Ejemplo 12:

$$\log_x \sqrt[3]{36} = 2$$

$$x^2 = \sqrt[3]{36}$$

$$x = \sqrt{\sqrt[3]{36}}$$

$$x = \sqrt[6]{6^2}$$

$$x = 6^{\frac{2}{6}}$$

$$x = 6^{\frac{1}{3}}$$

$$x = \sqrt[3]{6}$$

$$\log_{\sqrt[3]{6}} \sqrt[3]{36} = 2$$

Ejercicios 1) calcular el valor de la incognita de los siguientes ejercicios

a)

$$\log_3 243 = x$$

b)

$$\log_2 \frac{1}{4} = x$$

c)

$$\log_{\frac{1}{2}} 64 = x$$

d)

$$\log_a \sqrt[5]{a^3} = x$$

e)

$$\log_6 x = 1$$

f)

$$\log_3 x = 2$$

g)

$$\log_{\frac{2}{3}} x = -2$$

h)

$$\log_x 125 = -3$$

i)

$$\log_x 0,125 = -3$$

j)

$$\log_x \sqrt[5]{243} = -\frac{1}{2}$$

LOGARITMOS EN BASE 10

$$\log_{10} b = c \Leftrightarrow \log b = c$$

Ejemplo 1:

$$\log 100 = x$$

$$10^x = 100$$

$$10^x = 10^2$$

$$x = 2$$

$$\log 100 = 2$$

Ejemplo 2:

$$\log \frac{1}{1.000} = x$$

$$10^x = \frac{1}{1.000}$$

$$10^x = 10^{-3}$$

$$x = -3$$

$$\log \frac{1}{1.000} = -3$$

Ejemplo 3:

$$\log 2 = x$$

$$10^x = 2$$

Uso de Calculadora

$$\log 2 \approx 0,3010$$

Ejemplo 4:

$$\log 17 = x$$

$$10^x = 17$$

Uso de Calculadora

$$\log 17 \approx 1,2304$$

Ejemplo 5:

$$\log \frac{5}{3} = x$$

Uso de Calculadora

$$\log \frac{5}{3} \approx 0,2218$$

Ejemplo 6:

$$\log 0,125 = x$$

Uso de Calculadora

$$\log 0,125 \approx -0,9030$$

Ejemplo 7:

$$\log \sqrt[4]{27} = x$$

Uso de Calculadora

$$\log \sqrt[4]{27} \approx 0,3578$$

Ejemplo 8:

$$\log \sqrt[3]{15} = x$$

Uso de Calculadora

$$\log \sqrt[3]{15} \approx 0,3920$$

LOGARITMO NATURAL

$$\log_e b = c \Leftrightarrow \ln b = c$$

Donde:

e = número de Euler

$e = 2,718281828459045 \dots$

Ejemplo 3:

$$\ln 2 = x$$

$$e^x = 2$$

Uso de Calculadora

$$\ln 2 \approx 0,6931$$

Ejemplo 4:

$$\ln 10 = x$$

$$e^x = 10$$

Uso de Calculadora

$$\ln 10 \approx 2,3025$$

Ejemplo 5:

$$\ln \frac{5}{3} = x$$

Uso de Calculadora

$$\ln \frac{5}{3} \approx 0,5108$$

Ejemplo 6:

$$\ln \sqrt[3]{4} = x$$

Uso de Calculadora

$$\ln \sqrt[3]{4} \approx 0,4620$$

Ejercicio 2)

a)

$$\log 8 = x$$

b)

$$\log 1.000 = x$$

c)

$$\log \frac{1}{10.000} = x$$

d)

$$\log \sqrt[3]{12} = x$$

e)

$$\ln \sqrt[5]{18} = x$$